

## Bezwładność - zrywanie nici nad i pod ciężarkiem

(rozszerzenie klasycznego ćwiczenia pokazowego)

Program: **Coach 7**

Projekt: [\PTSNDysk\Coach7\36 Zrywanie nici](#)

Ćwiczenie: *Zrywanie nici.cma7*

Przykład wyników: *Zrywanie nici.cmr7*

### Cel ćwiczenia

Pokazanie bezwładności ciężarka poprzez demonstrację zjawiska zrywania nici nad lub pod ciężarkiem w zależności od szybkości narastania przykładanej siły.

### Układ pomiarowy

W doświadczeniu wykorzystywany jest zestaw składający się z ciężarka (o masie 1 kilograma) zawieszono na sprężynie, która przymocowana jest do czujnika siły. Pod ciężarkiem, również na sprężynie, zamocowany jest drugi czujnik siły. Cały układ doświadczalny zawieszony jest na statywie, który należy ustawić na stole i przymocować do niego ściskiem automatycznym. W doświadczeniu stosowane są dwuzakresowe czujniki siły CMA 0663i. Górny i dolny czujnik siły wtykami BT połączono odpowiednio z pierwszym i drugim wejściem analogowym konsoli pomiarowej CoachLabII<sup>+</sup>. Na wejściach tych ustawiono sterowniki (CMA Force sensor (Dual range) 0663i -50 N...50 N), które umożliwiają pomiar w zakresie do 50 N. Czujniki siły powinny być przestawione na zakres -50N...50N, w przeciwnym razie podawane będą błędne wskazania.

Doświadczenie to można poprzedzić klasycznym eksperymentem pokazowym, gdzie zamiast sprężyn użyte zostaną nici. W takim przypadku obserwuje się faktyczne ich zerwanie. Przed przystąpieniem do doświadczenia można, przy użyciu wspomnianych czujników, sprawdzić, jaka siła potrzebna jest do zerwania danej nici i zaznaczyć tę wartość w programie



Rysunek 1. Schemat układu.

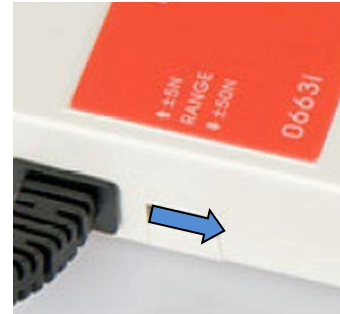
pomiarowym. W ćwiczeniu rejestrowane będą siły mierzone przez oba czujniki w zależności od czasu. Obserwacja wskazań ma na celu określenie momentu, kiedy nastąpiłoby zerwanie nici.

### Ustawienia parametrów pomiaru:

Rodzaj: *Pomiar w funkcji czasu*

Czas pomiaru: *60 s*


Częstotliwość: *300 na sekundę*



Rysunek 2. Ustawienie przelącznika zakresu.



### Pomiar

- Zawiesić układ na statywie zgodnie ze schematem;
- Upewnić się, że czujniki siły przestawione są na zakres -50 N...50 N;
- Uruchomić pomiar – przycisk start (F9) ;
- Pociągać za dolny czujnik siły (raz powoli zwiększając przykładaną siłę, raz gwałtownie impulsowo);
- Każdorazowe rozciąganie powinno być prowadzone do przekroczenia linii określającej wartość siły, przy której następuje  zerwanie nici.

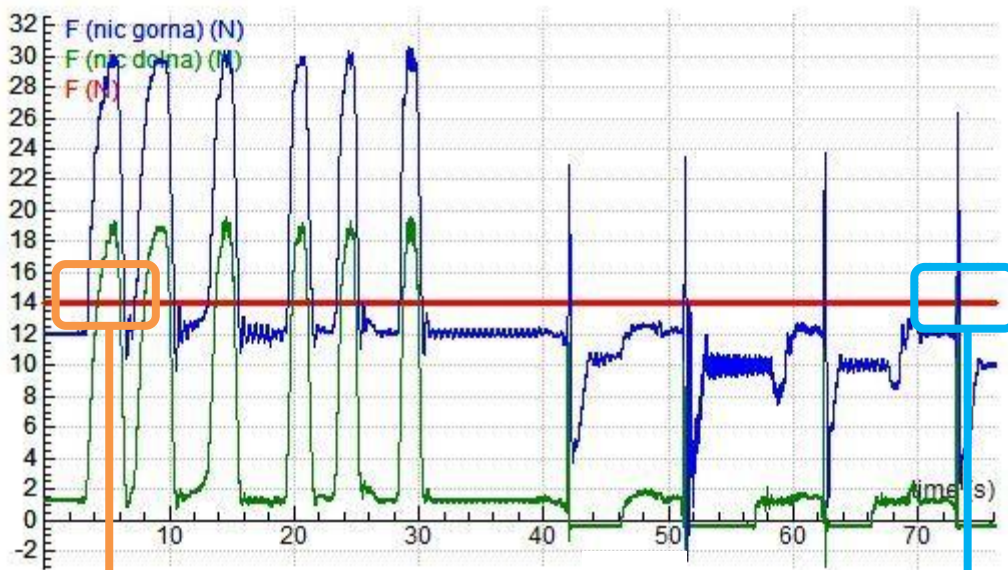
**Uwaga:** Należy uważać, by na czujniki nie działać siłą większą niż 80 N, w przeciwnym wypadku mogą one zostać trwale uszkodzone!

### Obserwacje

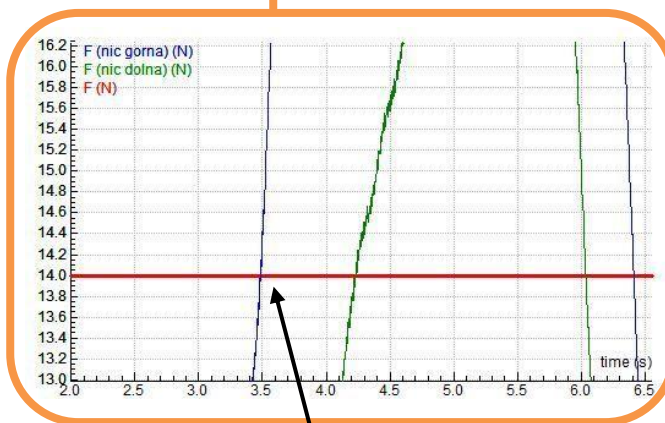
Przy powolnym zwiększaniu siły naciągu dolnej nici obserwuje się zerwanie górnej nici, natomiast przy gwałtownym szarpnięciu zerwanie nici dolnej.

### Analiza

Wynikiem przeprowadzonego doświadczenia są wykresy zależności siły od czasu. Krzywa wskazań danego czujnika, która jako pierwsza przekroczyła teoretyczną wartość graniczną (wyznaczoną przez czerwoną linię), oznacza zerwanie nici odpowiadającej danemu czujnikowi.

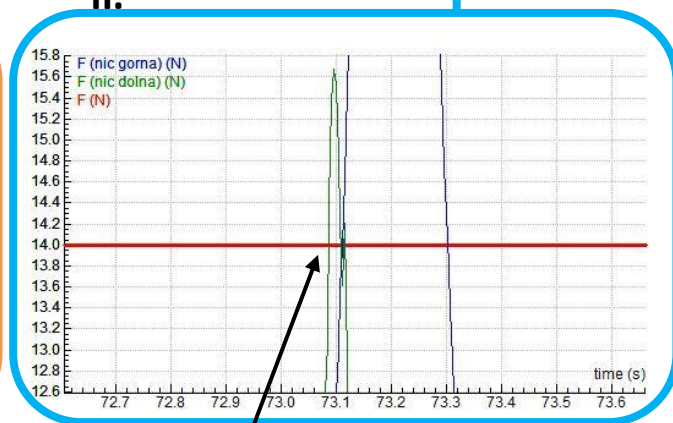


I.



Pierwsza wartość graniczną przekroczyła krzywa odpowiadająca wskazaniom górnego czujnika

II.



Pierwsza wartość graniczną przekroczyła krzywa odpowiadająca wskazaniom dolnego czujnika

Rysunek 3. Okno pomiarowe. Czerwona linia oznacza umowną wartość siły, przy której następuje zerwanie nici. Przypadek I.: powolne rozciąganie. Przypadek II.: gwałtowne, impulsowe szarpnięcie.

Wartość teoretyczną, przy której następuje zerwanie nici, można zmienić w *Tabeli danych* (prawy przycisk myszy na wykresie → *Właściwości*). W polu *F(zerwanie nici)* należy podać nową wartość w niutonach.

Rysunek 4. Okno edycji wartości zmiennej.

## Wyjaśnienie zjawiska

W tym doświadczeniu zamiast nici użyto sprężyn, które nie zrywają się podczas działania siły. Ułatwia to powtarzanie demonstracji. Sprężyny, tak jak nici, przekazują siły w tym układzie.

W przypadku statycznym, kiedy na dolną nić działa stała siła, siła działająca na górną nić jest sumą tej siły i siły ciężkości ciężarka.

Przy odpowiednio wolnym zwiększaniu siły naciągu dolnej sprężyny/nici, czas, w którym działająca siła wzrasta do granicznej wartości jest na tyle długi, że następuje przesunięcie ciężarka i dodatkowe naprężenie górnej sprężyny/nici. Na górną sprężynę/nić działa siła zbliżona do sumy siły ciężkości ciężarka oraz siły, jaka działa na sprężynę/nić dolną. W tym przypadku na sprężynę/nić dolną działa tylko siła naciągu wywierana przez eksperymentatora. Konsekwencją tego jest przekroczenie granic wytrzymałości na zerwanie najpierw przez górną sprężynę/nić.

Podczas odpowiednio szybkiego zwiększania siły naciągu dolnej nici (szarpnięcia), dolna nić zostaje zerwana (przyłożona siła osiąga wartość potrzebną do zerwania nici) zanim ciężarek zostanie przesunięty i napręży górną sprężynę/nić.

W prezentowanym doświadczeniu nie następuje zerwanie nici, więc można obserwować zależności czasowe naprężeń obu sprężyn nawet dla wartości większych od wartości granicznych (powodujących zerwanie nici). Widać dzięki temu, że naprężenie, nawet przy gwałtownym szarpnięciu jest przekazywane do górnej nici, ale z pewnym opóźnieniem.

## Matematyczny opis przypadków zerwania nici górnej lub dolnej

Zakładamy liniową zależność od czasu wzrostu siły działającej na dolną nić:

$$F_d = w \cdot t \quad (1.1)$$

gdzie  $w$  – określa szybkość wzrostu siły działającej na dolną nić,  $t$  – czas. Położenie ciężarka w chwili początkowej ( $t = 0$ ), kiedy na dolną nić nie działa żadna siła, uznajemy za położenie równowagi. Od odpowiadającej temu położeniu długości górnej sprężyny/nici będziemy liczyli jej wydłużenie  $x$ . Zakładamy, że jest ono proporcjonalne do przyrostu działającej siły:

$$dF = kx$$

Tak, więc zwiększenie naprężenia górnej nici o  $dF$  związane jest koniecznością przesunięcia ciężarka  $x$ . Całkowita siła działająca na górną nić dana jest wzorem:

$$F_g = mg + kx \quad (1.2)$$

gdzie  $m$  – masa ciężarka. Naprężenie górnej nici przeciwdziała przesunięciu ciężarka, a więc równanie ruchu ciężarka przybiera następującą postać:

$$m\ddot{x} = w \cdot t - k \cdot x \quad (1.3)$$

Rozwiązanie równania ruchu ciężarka przybiera postać:

$$x(t) = \frac{w}{k} \left( t - \sqrt{\frac{m}{k}} \sin \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot t \right) \quad (1.4)$$

Zależność siły działającej na górną nić od czasu:

$$F_g(t) = m \cdot g + w \cdot t - w \sqrt{\frac{m}{k}} \sin \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot t \quad (1.5)$$

Czas, w jakim przyłożona do dolnej nici siła osiąga wartość  $F$  wynosi:  $t = \frac{F}{w}$ . Możemy, więc przedstawić siłę działającą na górną nić w zależności od siły działającej na dolną nić:

$$F_g = m \cdot g + F - w \sqrt{\frac{m}{k}} \sin \left( \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot \frac{F}{w} \right). \quad (1.6)$$

Siła działająca na górną nić jest mniejsza od sumy siły ciężkości i napięcia dolnej nici. Jest to konsekwencją bezwładności ciężarka, do przesunięcia, którego (a więc również napięcia górnej nici) potrzeba czasu.

Jeżeli bardzo powoli zwiększa się siłę działającą na dolną nić  $F_d$ , to  $w \rightarrow 0$ , a wtedy:

$$F_g = m \cdot g + F_d \quad (1.7)$$

Siła działająca na górną sprężynę/niec jest stale większa o  $mg$  i to ta nić, jako pierwsza ulega zerwaniu.

Jeżeli siłę działającą na dolną nić  $F_d$ , zwiększa się bardzo szybko, to  $w \rightarrow \infty$ , a wtedy, korzystając z rozwinięcia:  $\sin x \approx x - \frac{x^3}{6}$ , dla  $x \rightarrow 0$ :

$$F_g = m \cdot g + \frac{1}{6} \cdot \frac{k}{m} \cdot \frac{F^3}{w^2} \quad (1.8)$$

Dla dostatecznie dużych przyrostów siły  $F_d$ ,  $F_g$  rośnie nieznacznie i w konsekwencji zerwaniu ulega dolna nić.

Obie nici zostaną zerwane równocześnie, jeżeli zajdzie następujący przypadek:

$$w_{gr}^2 = \frac{k \cdot F_{zerw}^3}{6 \cdot m \cdot (F_{zerw} - m \cdot g)} \quad (1.9)$$

gdzie  $F_{zerw}$  – siła potrzebna do zerwania nici.

Jeżeli  $w < w_{gr}$  – zerwaniu ulega górna nić.

Jeżeli  $w > w_{gr}$  – zerwaniu ulega dolna nić.