

Ruch harmoniczny

wózek na linii powietrznej

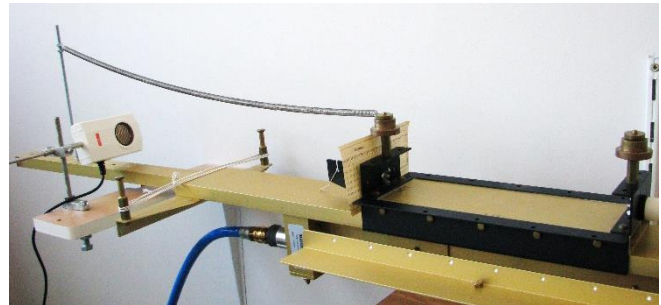
Program: Coach 7

Projekt: [\\PTSN\(Dysk\) \Coach7\11 Drgania harmoniczne](#)

Ćwiczenia: *Ruch harmoniczny.cma7*,

Przykład wyników: *Ruch harmoniczny.cmr7*

Model.cma7, Model1.cma7

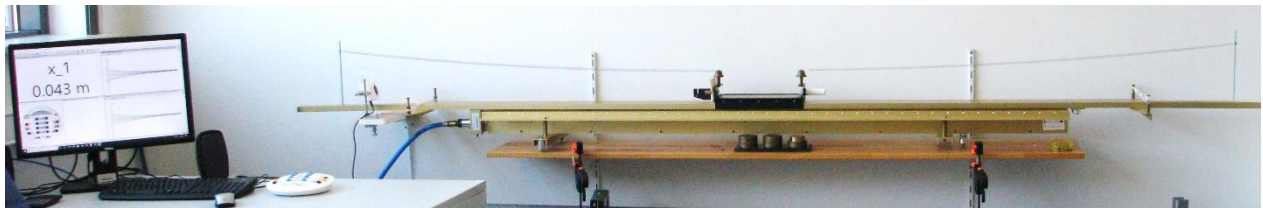


Tematy

1. Ruch harmoniczny (drżania harmoniczne).
2. Ruch harmoniczny tłumiony słabo.
3. Porównanie opisu teoretycznego drgań z obserwacjami eksperymentalnymi - Modelowanie.

Układ pomiarowy

Linia powietrzna z wózkiem zamocowanym między dwoma sprężynami, ultradźwiękowy czujnik

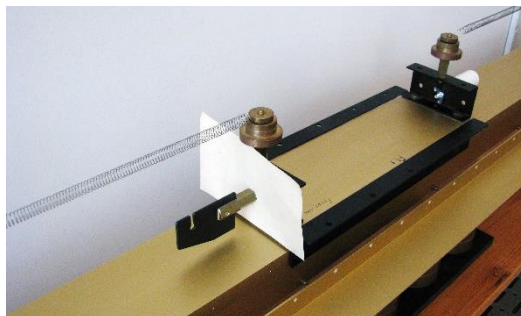


ruchu D0664 podpięty do cyfrowego wejścia „1” konsoli pomiarowej *CoachLabII+*.

Przygotowanie pomiaru

- Wczytać sterownik *Ultrasonic Motion Detector (664) (CMA) (0..12m)* [dla programu *Coach7* jest wczytywany automatycznie].
- Dobrać ustawienie ultradźwiękowego czujnika ruchu tak, aby wskazywał położenie wózka umieszczonego na linii powietrznej. Czujnik działa na zasadzie rejestracji czasu powrotu odbitej fali ultradźwiękowej. Trzeba go ustawić tak, aby nie odbijał fali od ściany i linii

powietrznej* (musi „patrzeć” trochę od ściany i trochę w górę), a wózek wyposażyć w gładką powierzchnię odbijającą (np. karta fortranowska). Ustawienia czujnika dokonuje się umieszczając wózek w możliwie dużej odległości (z założonymi sprężynami) i obserwując wyświetlane wartość położenia na komputerze.



- Dopasować kalibrację sterownika do potrzeb pomiarowych (zero przypisać położeniu równowagi).
- W oknach programu *Coach* przygotować potrzebne wykresy np. $x(t)$, $v(t)$. Wykres $v(t)$ można uzyskać poprzez różniczkowanie $x(t)$ [*Analiza i przetwarzanie/ Pochodna*]. Przy częstotliwościach próbkowania większych od 5/s wskazanym jest wygładzenie wykresu $x(t)$ przed dokonaniem różniczkowania.
- Dobrać parametry pomiaru



Ustawienia parametrów pomiaru

Rodzaj: *Pomiar w funkcji czasu*

Czas pomiaru: *20 s*

Częstotliwość: *5 na s*

Przygotowane ćwiczenie (*Ruch harmoniczny.cma7*) zawiera proponowane ustawienia programu *Coach7*.

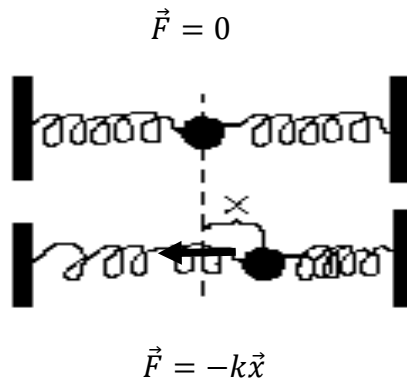
* Fala jest emitowana w stożek o kącie odchylenia od osi centralnej 18° .

Pomiar

Uruchomić nadmuch linii powietrznej, wychylić wózek z położenia równowagi i puszczając go nacisnąć zielony przycisk "Start" (na ekranie) albo F9 (na klawiaturze).

Ad 1. Ruch harmoniczny

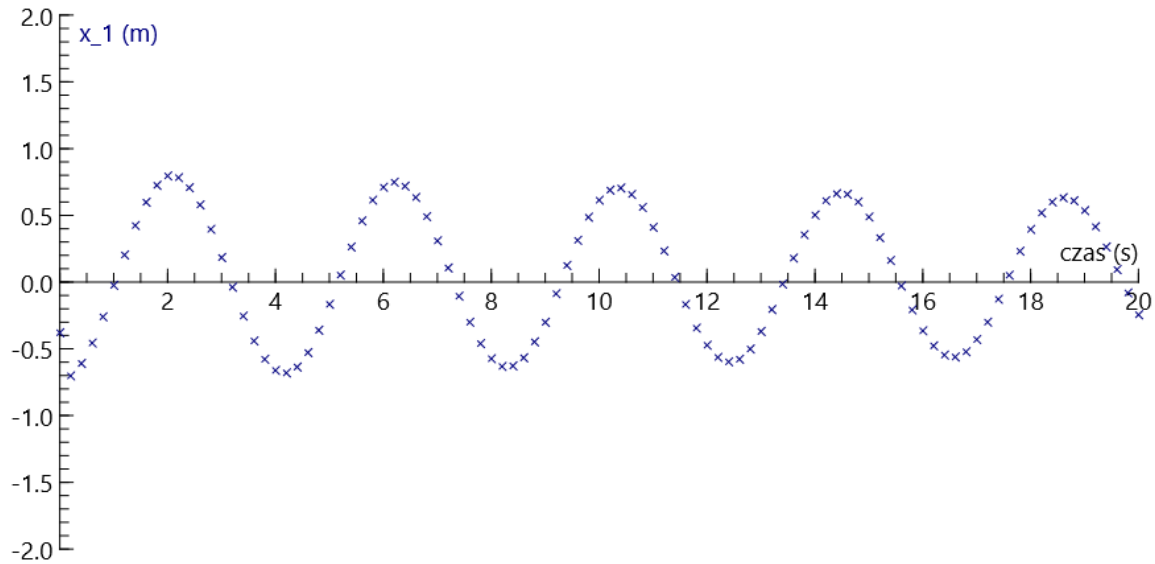
- Wprowadzenie pojęcia (definicji) ruchu harmonicznego (drgań harmoniczných) na podstawie obserwacji ruchu wózka na linii powietrznej.
- Wprowadzenie wielkości fizycznych charakteryzujących drgania harmoniczne swobodne; A - amplituda, T - okres, f - częstotliwość, ω - częstość.



Na wychylony z położenia równowagi wózek sprężyny działają siłą proporcjonalną do wychylenia.

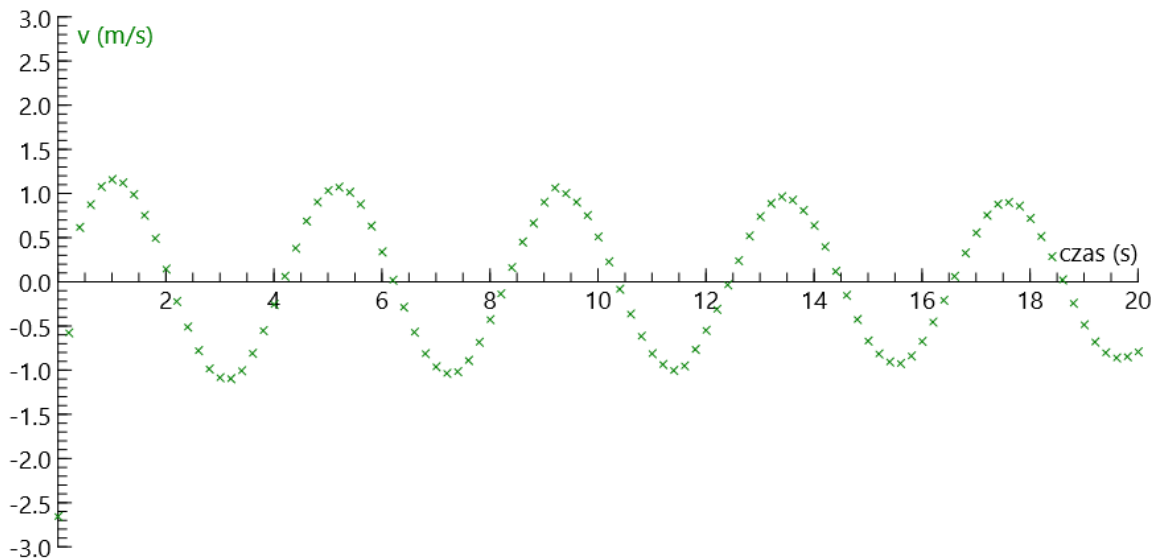
$$\vec{F} = -k\vec{x}$$

W pierwszym przybliżeniu można pominąć niewielkie siły wywołane oporem powietrza i przyjąć, że jest to siła wypadkowa działająca na wózek. Wynikiem działania tej siły jest ruch okresowy. Taki ruch nazywamy **ruchem harmonicznym swobodnym**. Można go opisać funkcją sinus lub cosinus



$$x(t) = A \cos(\omega t + \phi)$$

gdzie $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$, a m jest masą wózka.



Faza zmian prędkości w tym ruchu jest przesunięta względem fazy położenia. Maksymalnemu wychyleniu z położenia równowagi odpowiada prędkość zero, a przy przechodzeniu przez położenie równowagi prędkość ciała jest największa.

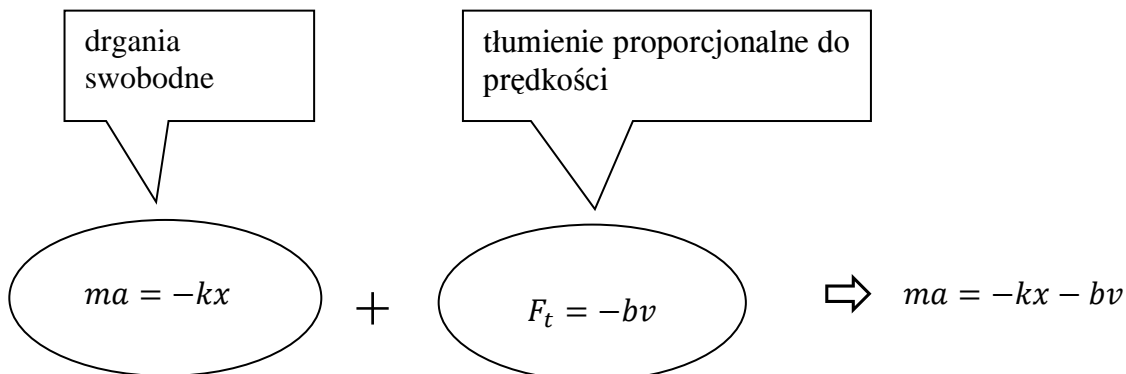
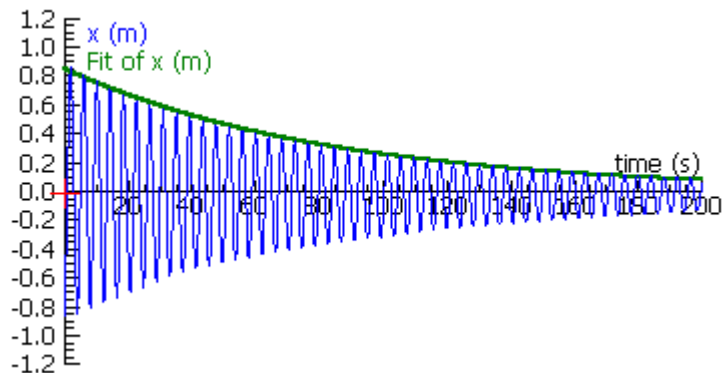
Drgania harmoniczne – drganie opisane funkcją sinus lub cosinus.

$$x(t) = A \cos(\omega t + \phi)$$

Jeżeli na ciało działa siła proporcjonalna do wychylenia z położenia równowagi, skierowana przeciwnie do wychylenia $\vec{F} = -k\vec{x}$ to jego drgania będą harmoniczne.

Ad 2. Ruch harmoniczny tłumiony słabo

Jeżeli obserwujemy ruch wózka przez dłuższy czas to widać, że amplituda drgań maleje. Jest to spowodowane oporem powietrza. Dla małych prędkości można przyjąć, że siła oporu jest proporcjonalna do prędkości.



$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -kx - b \frac{dx}{dt}$$

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + kx = 0$$

Dla słabego tłumienia tj. dla $\frac{b}{2m} < \sqrt{\frac{k}{m}}$ amplituda drgań maleje eksponencjalnie. Zmiany położenia wózka w zależności od czasu opisane są funkcją (rozwiązaniem równania różniczkowego jest funkcja):


$$x = A_0 e^{-\beta \cdot t} \cos(\varpi_1 t + \phi)$$


gdzie:

- A_0 jest amplitudą początkową drgań
- $\beta = \frac{b}{2m}$
- $\omega_1 = \sqrt{\omega^2 - \beta^2}$
- $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

Ad 3. Porównanie opisu teoretycznego drgań z obserwacjami eksperymentalnymi - Modelowanie

Wyniki eksperymentalne można porównać z opisem teoretycznym korzystając z opcji **Modelowanie**. Pomiary muszą być wykonywane wcześniej, w innym ćwiczeniu z dostępną konsolą pomiarową i zapamiętane jako *Wynik*. Mogą one następnie być wczytane (do przygotowywanego wykresu) jako „tło” – *Wczytaj wykres w tło*.

W aktywnym ćwiczeniu można otworzyć (zamknąć) okno edycji modelu naciskając przycisk *Model Window* . Do tworzenia modeli dostępne są dwa edytory: tekstowy i graficzny. Przykłady modeli dla ruchu harmonicznego są dostępne w ćwiczeniach: **Model.cma7**, **Modell.cma7**.

Model jest uruchamiany po naciśnięciu zielonego przycisku *Start*  (F9). Obliczenia są wykonywane zadaną liczbę razy (*Ustawienia...*). Opcja *Monitor** ułatwia znalezienie ewentualnych błędów w modelu. Opcja *Symulacja** umożliwia obserwację zmian wywołanych modyfikacją wartości parametrów modelu.

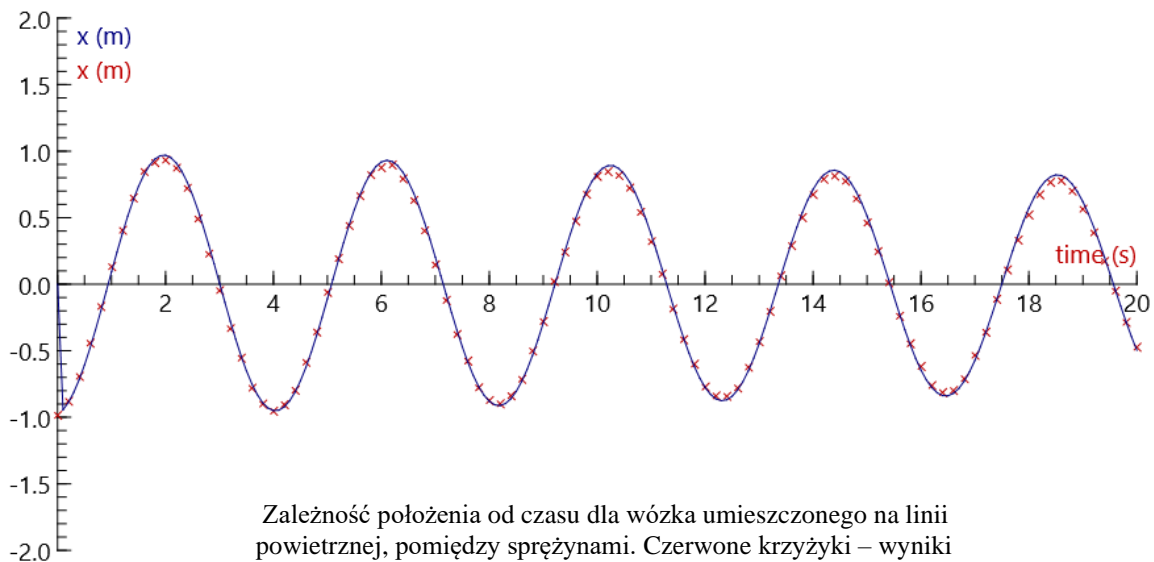
* Dostęp przez prawy przyciski myszy w oknie modelu

Przykłady:

Model.cma7

<pre>time=time+dt x=a*Exp(-b*time)*Cos(w*time+fi)</pre>	<pre>dt=0.1 time=0.0 a=-0.99 b=0.01 fi=0.15 T=4.14 w=2.0*Pi/T</pre>
---	---

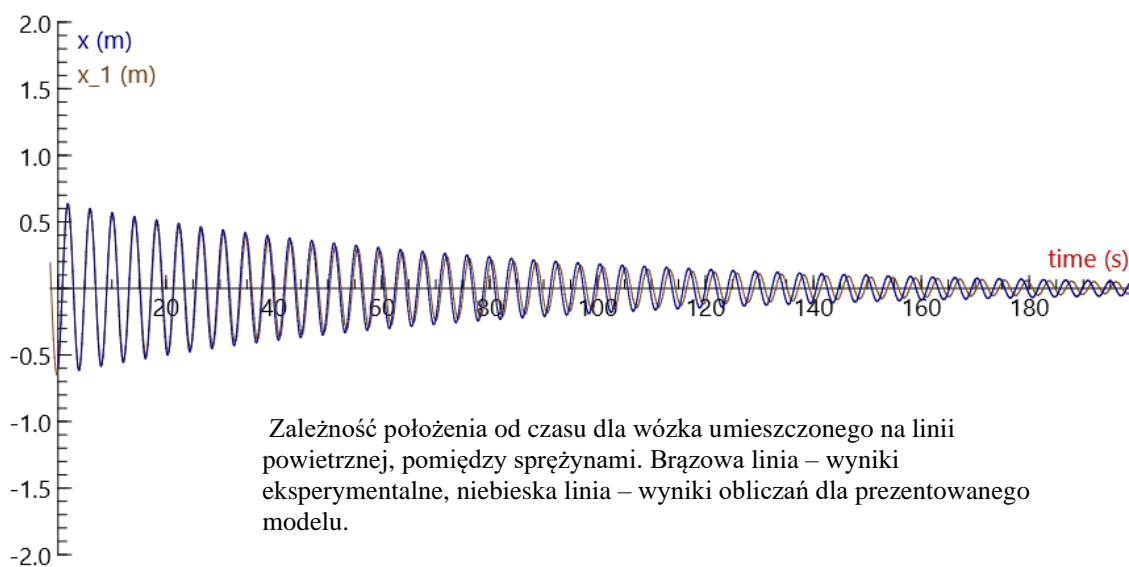
Model uwzględnia eksponenty znik amplitudy drgań spowodowany oporem powietrza proporcjonalnym do prędkości ruchu. Korzysta z analitycznego wzoru opisującego zmiany położenia w funkcji czasu.



Zależność położenia od czasu dla wózka umieszczonego na linii powietrznej, pomiędzy sprężynami. Czerwone krzyżyki – wyniki eksperymentalne, niebieska linia – wyniki obliczeń dla prezentowanego modelu

<pre>time=time+dttime a=-k/m*x-b/m*v v=v+a*dttime x=x+v*dttime </pre>	<pre>dttime=0.1 time=0.0 k=2.3 m=1.0 b=0.022 v=0.3 x=-0.83</pre>
--	--

Model uwzględnia siłę oporu powietrza proporcjonalną do prędkości ruchu $-\frac{b}{m}v$. Model nie korzysta z gotowego, analitycznego wzoru opisującego zmiany położenia w funkcji czasu, lecz z krokowej analizy zmian $a(t)$, $v(t)$, $x(t)$. W wyniku zastosowania takiego modelu uzyskujemy nie tylko zależność $x(t)$, ale również $v(t)$ i $a(t)$. Takie podejście umożliwia także analizowanie przypadków, dla których nie ma rozwiązania analitycznego.



Niektóre inne możliwości analizy wyników:

- Wyznaczanie okresu drgań
- Skan
- Prezentacja wykresu fazowego $v(x)$
- Analiza i przetwarzanie/Pochodna
- Dopasowanie funkcji teoretycznej
- Analiza i przetwarzanie\ Dopasowanie funkcji