

Badanie układu RLC

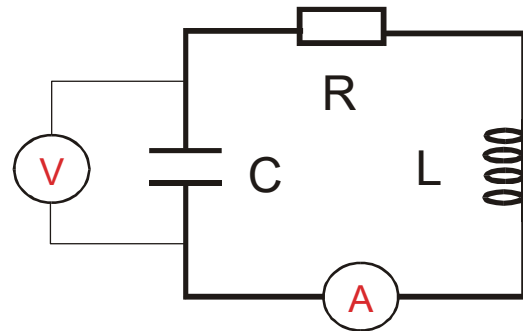
Program: Coach 7

Projekt: [\PTSNDysk](#) \Coach7\07 Układ RLC

Ćwiczenie: *RLC.cma7, RLC1.cma7,*

Przykłady wyników: *RLC.cmr7, RLC1.cmr7,*

Model RLC, Model RLC2, Model RLC3



Cel ćwiczenia

- I. Obserwacja zmian napięcia na kondensatorze i natężenia prądu w układzie *RLC*.
- II. Porównanie opisu teoretycznego z wynikami eksperymentalnymi - Modelowanie.

Propozycje tematów:

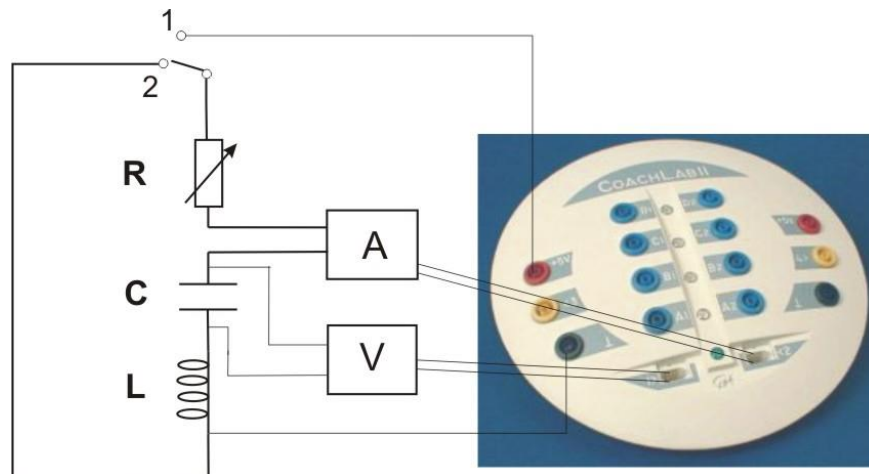
I.

- układ *LC* - wprowadzenie,
- obserwacja czasowej zależności napięcia na kondensatorze $U(t)$,
- obserwacja przesunięcia fazy zmian napięcia na kondensatorze i prądu płynącego w układzie ($\Delta\Phi \approx \pi/2$).
- zależność $U(t)$ od pojemności kondensatora,
- wprowadzenie wzoru $T=2\pi \sqrt{LC}$
- pomiar okresu drgań i wyznaczanie indukcyjności cewki L .

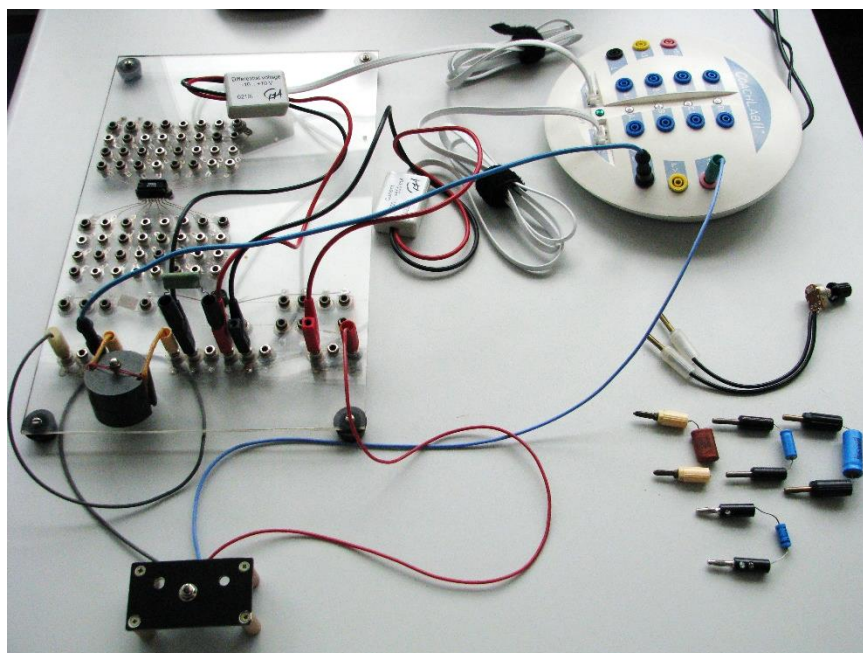
II.

- układ *RLC* - obserwacja tłumienia drgań, rola oporu omowego, wyznaczanie oporu omowego układu R ,
- opis teoretyczny zachowania się układu *RLC*,
- porównanie opisu teoretycznego z wynikami eksperymentalnymi - MODELOWANIE.

Układ pomiarowy



Układ elektroniczny zbudowany jest z kondensatora $C = 10 \mu\text{F}$ ($1 \mu\text{F}$, $2 \mu\text{F}$, $47 \mu\text{F}$, $470 \mu\text{F}$), cewki indukcyjnej $L = 30 \text{ mH}$ i ewentualnie opornika (potencjometr $R = 500 \Omega$). Do oporu omowego przyczynki, oprócz opornika, wnoszą również wszystkie pozostałe elementy układu, a zwłaszcza drut cewki indukcyjnej. Napięcie z kondensatora mierzone jest przez czujnik napięcia 0210i CMA i podawane na wejście „V” konsoli pomiarowej *CoachLabII+*. Natężeniu prądu elektrycznego mierzone jest przez czujnik 0222i CMA i podawane na wejście „I” konsoli pomiarowej *CoachLabII+*. Kondensator ładowany jest napięciem 5 V z konsoli pomiarowej (pozycja 1 przełącznika). W pozycji 2 przełącznika źródło napięcia jest odłączone, a obwód zamknięty tak, że kondensator może się rozładowywać poprzez cewkę indukcyjną. Obserwujemy zmiany napięcia na kondensatorze i natężenia prądu elektrycznego płynącego w układzie.





Ustawienia parametrów pomiaru

Rodzaj: *Pomiar w funkcji czasu*

Czas pomiaru: *30 ms*

Częstotliwość próbkowania: *20/ms*

Wyzwalanie: *wejście 3*, Kierunek: *W dół*, Poziom: *4.5 V*, Czas przed: *0.1 s*.

Pomiary

Pomiar zależności od czasu

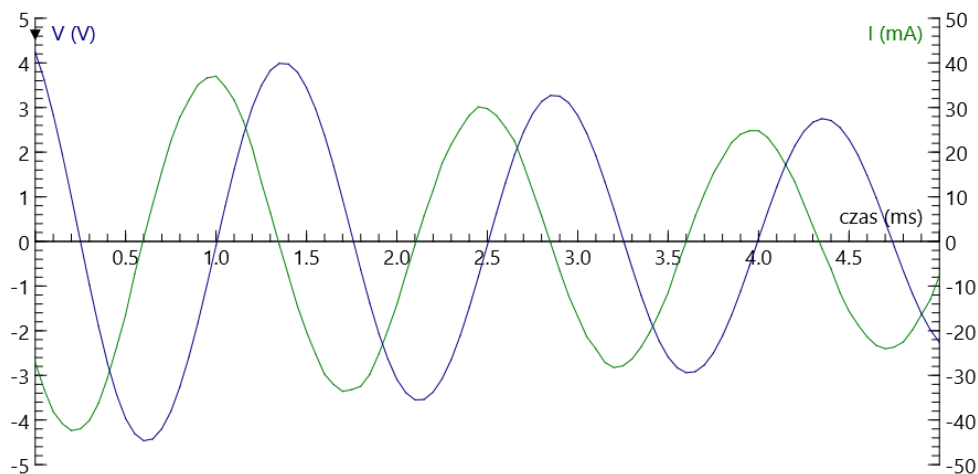
- napięcia na kondensatorze $U(t)$,
- natężenia prądu $I(t)$

dla różnych kondensatorów.

Ustawić przełącznik w pozycji ładowania kondensatora (pozycja 1). Rejestracja rozpoczyna się automatycznie, kiedy napięcie na kondensatorze spada poniżej 4,5 V. Wystarczy włączyć pomiar „Start” i przełączyć przełącznik ładowania kondensatora do pozycji 2.

Wyniki

Porównanie zależności czasowych napięcia na kondensatorze i natężenia prądu elektrycznego dla $C = 2 \mu\text{F}$ i $L = 30 \text{ mH}$

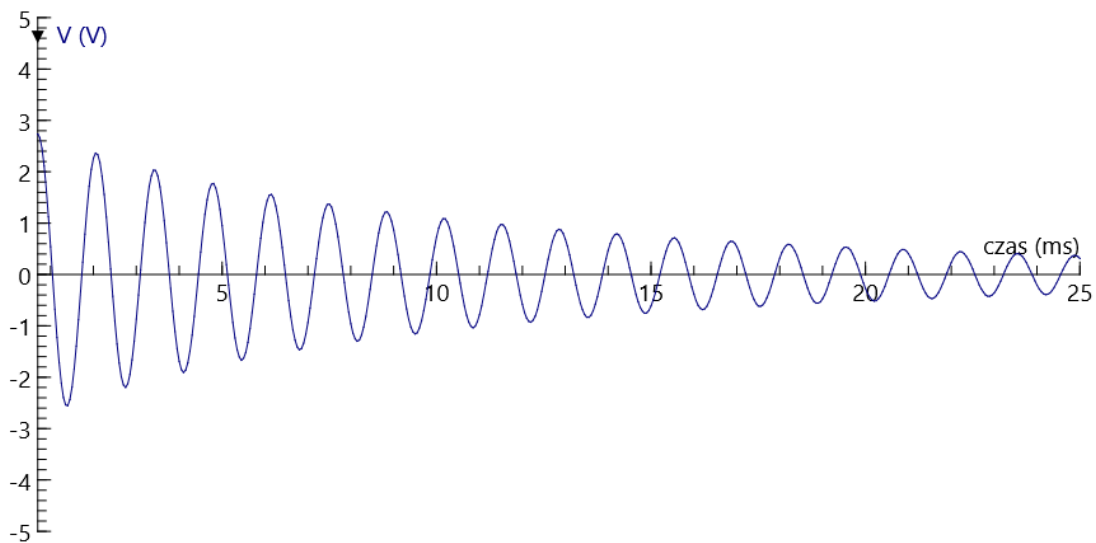
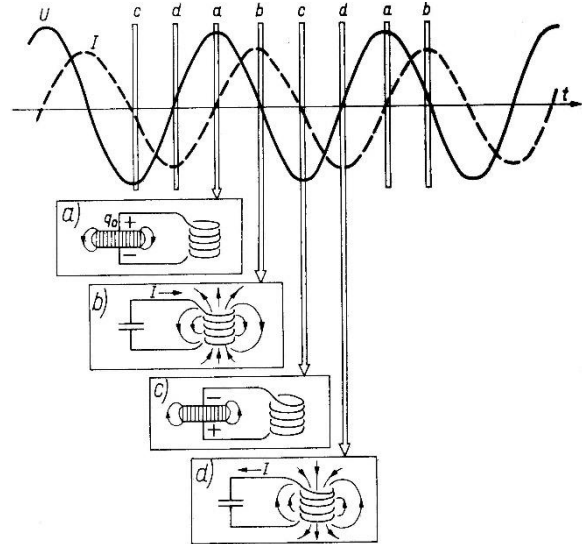


Spostrzeżenia

- Kondensator rozładowuje się, a następnie ładuje w przeciwnym kierunku - napięcie na kondensatorze zmienia się sinusoidalnie. Mamy do czynienia ze zmianami harmonicznymi napięcia na kondensatorze.
- Natężenie prądu płynącego w układzie wykonuje również drgania harmoniczne.

- Maksimum napięcia na kondensatorze odpowiada zerowe natężenie prądu elektrycznego - zmiany napięcia na kondensatorze i natężenia prądu elektrycznego są względem siebie przesunięte w fazie o $\pi/2$.

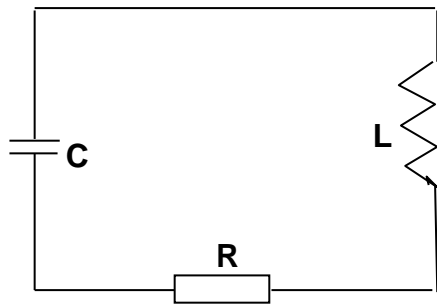
Związek obserwowanych zmian $U(t)$ i $I(t)$ ze stanami układu LC wyjaśnia rysunek.



Obserwacja drgań w dłuższym przedziale czasu pokazuje, że są one tłumione - amplituda drgań maleje eksponencjalnie w funkcji czasu. Wykorzystując potencjometr można pokazać, że to opór omowy odpowiedzialny jest za tłumienie drgań i decyduje jak szybko drgania są tłumione. Dla dużych oporów oscylacje zanikają, obserwujemy tłumienie krytyczne, a następnie silne.

Analiza szybkości zmian amplitudy drgań pozwala wyznaczyć opór omowy układu.

Matematyczny opis działania układu *RLC*



Zgodnie z II prawem Kirchhoffa $\sum U_i = 0$ więc

$$\frac{Q}{C} + L \frac{dI}{dt} + IR = 0$$

Ponieważ $I = \frac{dQ}{dt}$

$$\frac{Q}{C} + L \frac{d^2Q}{dt^2} + R \frac{dQ}{dt} = 0$$

To równanie jest analogiczne do równania

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 2\beta \frac{dy}{dt} + \frac{y}{LC} = 0$$

oscylatora harmonicznego

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 2\beta \frac{dy}{dt} + \omega^2 y = 0$$

z rozwiązaniem (dla słabego tłumienia $\beta < \omega$)

$$y = A_0 e^{-\beta \cdot t} \cos(\omega_1 t + \varphi)$$

$$\omega_1 = \sqrt{\omega^2 - \beta^2}$$

Dla układu *RLC* $\beta = \frac{R}{2L}$, a $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

więc zależność napięcia na kondensatorze od czasu można opisać wzorem

$$U(t) = \frac{Q(t)}{C} = U_0 e^{-\beta \cdot t} \cos(\omega_1 t + \varphi), \quad \text{gdzie } U_0 = \frac{Q_0}{C},$$

a zależność natężenia prądu elektrycznego od czasu wzorem

$$I(t) = \frac{dQ(t)}{dt} = -U_0 C e^{-\beta \cdot t} [\beta \cos(\omega_1 t + \varphi) + \omega_1 \sin(\omega_1 t + \varphi)]$$

Modelowanie

Opis teoretyczny można porównać z wynikami eksperymentalnymi korzystając z opcji **Modelowanie**.

Modelowanie jest dostępne jedynie, gdy podczas tworzenia ćwiczenia wybrano opcję **Modelowanie**. Wyniki generowane przez modele można porównać z zapisanymi wcześniej wynikami pomiarów, zarejestrowanymi w ćwiczeniu z dostępną konsolą pomiarową. Zapamiętane wyniki można wczytać jako "tło" tworzonego wykresu (*Wczytaj wykres w tło*). Klikając myszą na ikonę *Lista zmiennych* w oknie *Model* można wybrać zmienne, które będą dodane do tabeli. Zmienne te będą dostępne dla wykresów.

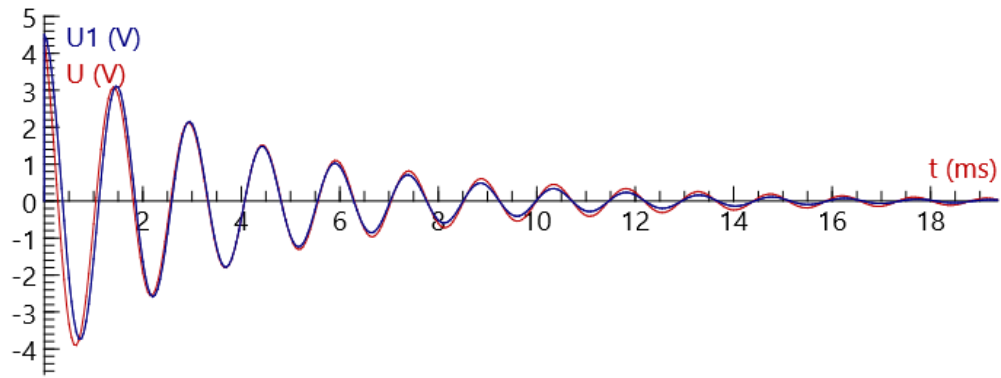
Model jest uruchamiany po naciśnięciu zielonego przycisku. Obliczenia są wykonywane zadaną liczbę razy (*Ustawienia modelu*). Opcja *Monitor* (po naciśnięciu prawego przycisku myszy) ułatwia znalezienie ewentualnych błędów w modelu. Opcja *Symulacja* ułatwia obserwację zmian wywołanych modyfikacją wartości początkowych parametrów modelu.

Przykłady modeli opisujących zmiany napięcia na kondensatorze i natężenia prądu elektrycznego w układzie *RLC* są przedstawione w ćwiczeniach *Model RLC.cma7*, *Model RLC2.cma7*, *Model RLC3a.cma7*.

Model RLC2

| | |
|--|--|
| <pre>'Obwod RLC model t:=x*1000.0 'czas w [ms] U1:=U0*exp(-b*x)*Cos(w1*x+fi) Ipm:=-Q0*exp(-b*x)*(b*Cos(w1*x+fi)+w1*Sin(w1*x+fi)) x:=x+dx</pre> | <pre>t=0.0 'ms (poczatek czasu) x:=t/1000 's dx=0.00005's krok U0=4.5'V napiecie początkowe r=12.0'oma opor l=24.0E-3'H indukcyjnosc c=0.00230E-3'F pojemnosc Q0:=U0*c b:=r/(2*l) w:=1/sqrt(l*c) w1:=sqrt(w*w-b*b) fi:=0.0</pre> |
|--|--|

W zaprezentowanym modelu napięcie na kondensatorze oznaczono przez *U1*, natężenie przez *Ipm*, czas wyrażony w sekundach przez *x*, a w ms przez *t*. Wygenerowane zależności napięcia *U1(t)* oraz natężenia prądu *Ipm(t)* (kolor niebieski) przedstawiono na wykresach na tle wyników eksperymentalnych (kolor czerwony).



Zastosowany opis matematyczny dobrze odzwierciedla rzeczywiste zmiany czasowe napięcia i natężenia w układzie *RLC*.

